

فرض کنید یک سیستم دینامیکی به صورت زیر وجود دارد

$$\begin{aligned} \dot{v}_i + \frac{f_i}{M_i} v_i &= \frac{1}{M_i} u_i, \quad i = 1, \dots, 4 \\ \dot{d}_1 &= v_1 - v_2 \\ \dot{d}_2 &= v_2 - v_3 \\ \dot{d}_3 &= v_3 - v_4 \end{aligned} \quad (1)$$

که در آن u_i ورودی سیستم (نیروی ورودی)، M_i (جرم) و f_i (ضریب اصطکاک) پارامترهای این سیستم هستند. سیستم فوق توصیف کننده رفتار جمعی چهار روبات است که v_i سرعت هر روبات و d_j نیز فاصله بین دو به دو روباتها را نشان می دهد. فرض کنید شرایط اولیه سیستم به صورت

$$\begin{aligned} v_1(0) = 10, v_2(0) = 20, v_3(0) = 30, v_4(0) = 40 \\ d_1(0) = d_2(0) = d_3(0) = 50 \end{aligned} \quad (2)$$

داده شده است.

الف- بردارهای حالت، ورودی و خروجی سیستم را به صورت

$$\begin{aligned} X(t) &= [v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4 \ d_1 \ d_2 \ d_3]^T \\ y(t) &= [d_1 \ d_2 \ d_3]^T \\ u(t) &= [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4]^T \end{aligned} \quad (3)$$

در نظر گرفته و دستگاه معادلات حالت سیستم زمان پیوسته را به صورت ماتریسی بنویسید. بعلاوه در یک شکل این چهار روبات را رسم کرده و متغیرهای v_i و d_i را بر روی شکل نشان دهید.

ب- با فرض $f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = 10, M_1 = 30, M_2 = 50, M_3 = 70, M_4 = 90$ حد بالای پریود نمونه برداری را برای گسسته سازی سیستم فوق پیدا کنید.

ج- با فرض $T = 0.1$ سیستم فوق را گسسته سازی کرده و معادلات سیستم گسسته شده را بنویسید. پایداری، کنترل پذیری و رویت پذیری هر یک از مدهای سیستم را بررسی کنید.

د- رشته کنترل $u_i(kT)$ را چنان بدست آورید که با صرف حداقل انرژی پس از 10 ثانیه بردار حالت سیستم به صفر برسد. متغیرهای سرعت (v_i) را در یک شکل و فواصل آنها (d_i) را در شکل دیگر و مقادیر کنترلی را در شکل سوم زیر هم رسم کنید. (از دستور subplot استفاده کنید)

ه- فرض کنید ورودیهای u_1 و u_4 در اختیار ما نیست (نیروهای وارد بر روباتهای اول و چهارم قابل کنترل نیستند). آیا با استفاده از $u(t) = [u_2 \ u_3]^T$ می توان سیستم فوق را پایدار نمود؟

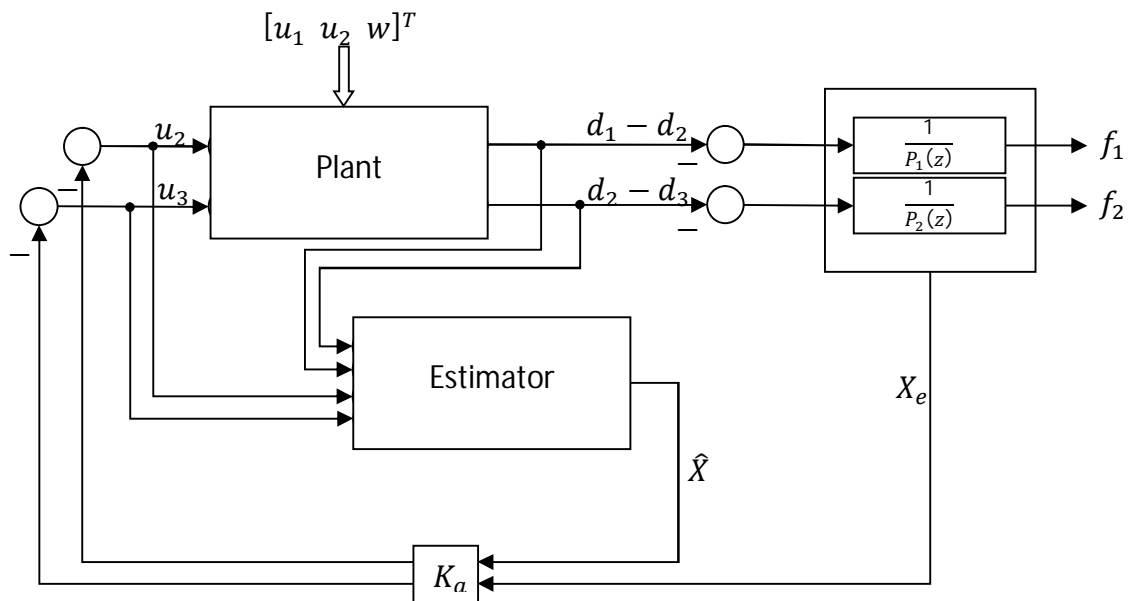
و- حال فرض کنید $X(t) = [v_1 \ v_2 \ v_3 \ v_4 \ d_1 - d_2 \ d_2 - d_3]^T$ و $y(t) = [d_1 - d_2 \ d_2 - d_3]^T$ و $u(t) = [u_2 \ u_3]^T$ حال قسمت های الف-ج-ه را تکرار کنید.

ز- برای سیستم جدید فرض کنید می‌خواهیم بر روباتهای دوم و سوم چنان نیرو اعمال کنیم که فاصله بین کلیه روباتها با یکدیگر برابر بماند. یعنی اگر $t \rightarrow \infty$ در آنصورت $d_1 = d_2 = d_3$ (بعبارتی $y(t) \rightarrow 0$ اگر $t \rightarrow \infty$). در ضمن فرض کنید وزش باد یک نیروی ثابت w بر تمام روباتها در جهت مخالف وارد می‌کند. بعلاوه می‌دانیم

$$w(t) = \alpha_1, \quad u_1(t) = \alpha_2 + \alpha_3 \sin\left(\frac{2\pi}{10}t + \alpha_4\right), \quad u_4 = \alpha_5 + \alpha_6 e^{0.25t} \quad (4)$$

که در آن α_i ها به طور تکه‌ای ثابت هستند.

با در نظر گرفتن بلوک دیاگرام شکل (1) چند جمله‌ای های $P_1(z)$ و $P_2(z)$ را با حداقل درجه ممکن برای دفع اغتشاش پیدا کرده و معادلات سیستم مرکب را بدست آورید. آیا سیستم پایدار شونده است.



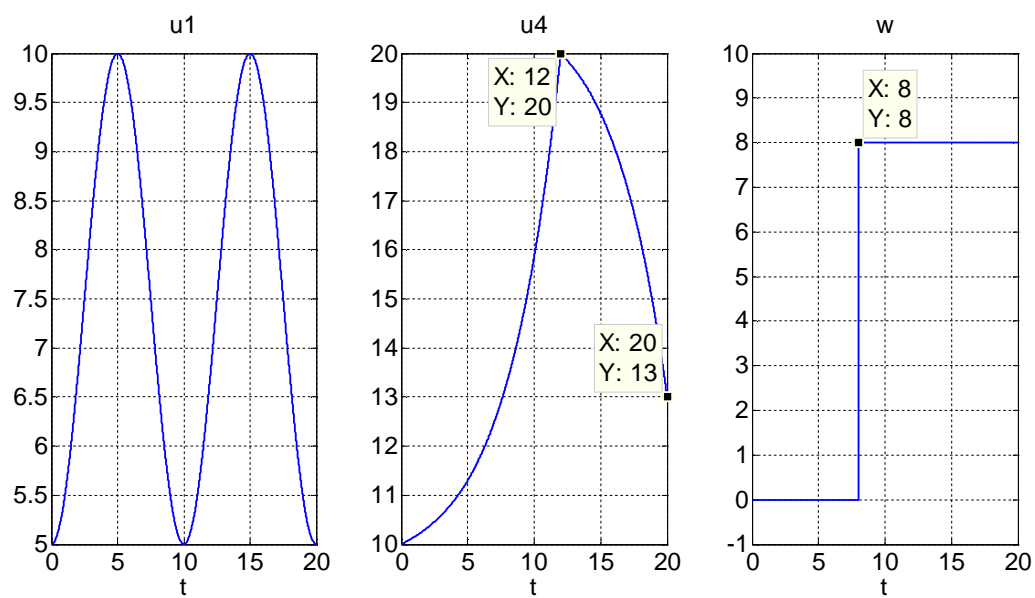
شکل (1): بلوک دیاگرام سیستم مرکب

ح- بهره تخمینگر پیش‌گوی حالت L را چنان بیابید که قطب‌های دینامیک خطا را بین 0.5 و 0.6 با فواصل مساوی قرار دهد (از دستور place استفاده کنید). همچنین بهره فیدبک K_a را چنان بیابید که شاخص عملکرد

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} 1000(d_1(kT) - d_2(kT))^2 + 500(d_2(kT) - d_3(kT))^2 + 10^{-6} \Delta u_2^2(kT) + 10^{-6} \Delta u_3^2(kT) + \|\Delta X_e(kT)\|^2 \quad (5)$$

را کمینه کند. (از دستور dlqr استفاده کنید)

ط- سیستم حلقه بسته را به همراه تخمینگر را برای سیگنال‌های نشان داده شده در شکل (2) شبیه‌سازی کنید (توجه: معادله عمومی هر دو بخش سیگنال u_4 به صورت $u_4 = a + be^{0.25t}$ است). سیگنال‌های $d_1 - d_2$ و $d_2 - d_3$ را در یک تصویر و u_1 و u_4 و w را در تصویر دوم و u_2 و u_3 را در تصویر سوم زیر هم رسم کنید.



شکل (2): سیگنال‌های ورودی اغتشاش