

مقایسه تاثیر وجود اطلاعات اولیه در حسگری طیف یک سیستم چند آنتنی رادیو شناختی با بهره کانال نامعلوم چکیده:

در این مقاله به بررسی و مقایسه تاثیر وجود اطلاعات اولیه در حسگری طیف در رادیو شناختی یک سیستم چند آنتنی با بهره کانال نامعلوم با کمک آزمونهای درست نمایی مختلف پرداخته می شود. برای غلبه بر مشکل کاربر اولیه پنهان و کاهش اثر نامطلوب فیدینگ، از گیرنده چند آنتنی برای حسگری استفاده می شود با استفاده از روشی نوین از اطلاعات اولیه در آشکارسازی GLR استفاده می کنیم. نتایج شبیه سازی تاثیر بسیار مناسب را در آشکارسازهای زیر بهینه نشان می دهد.

کلمات کلیدی: حسگری طیفی - سیستم های چند آنتنی - آشکارسازی میتنی بر نسبت درست نمایی تعمیم یافته GLR - بهره کانال نامعلوم

۱- مقدمه:

یکی از ملزومات در شبکه های رادیو شناختی قابلیت پردازش کامل باند فرکانسی برای شناسایی حضور یا عدم حضور کاربر اولیه می باشد. یک رادیو شناختی به شیوه ای طراحی می شود تا آگاه و حساس به تغییرات محیط اطراف خود باشد به همین علت حسگری طیف یکی از ارکان مهم در این سیستم است. استفاده از تکنیک چند آنتنی در گیرنده و فرستنده، امروزه به عنوان یکی از روشهای مفید در مخابرات شناخته شده است [1] در رادیو شناختی نیز از خصوصیات این روش برای ارتباط قابل اطمینان و همچنین حسگری طیف استفاده می شود. علت اصلی این امر این است که حسگری طیفی با استفاده از نمونه های دریافتی از مسیرهای مختلف که دارای فیدینگهای مستقل می باشند انجام می گردد به همین جهت می توان آشکارسازی را با دقت بسیار بالاتری انجام

داد. در مرجع [2] مساله آشکارسازی کاربر اولیه با استفاده از چند آنتن مورد بررسی قرار گرفته است. در این

مرجع با استفاده از نسبت درست نمایی تعمیم یافته، حسگری طیفی درحالتی که سیگنال تصادفی می باشد اجرا

شده است. همچنین در مرجع [3] تاثیر همبستگی آنتن ها در حسگری بر پایه آشکارساز انرژی مورد بررسی قرار

گرفته است و احتمال آشکارسازی و احتمال هشدار غلط محاسبه شده است. در مرجع [4] با استفاده از روش

مقادیر ویژه ماتریس کوواریانس و با کمک نسبت درست نمایی تعمیم یافته، حسگری چند آنتنی اجرا شده

است. در این مقاله نتایج مناسبی در حالتی که تمامی پارامترها نامعلوم است گرفته شده است که آشکارساز ارائه

شده دارای سختی محاسباتی پایین است و در مقابل عدم قطعیت در مورد واریانس نویز مقاوم است. به طور کلی

استفاده از روش نسبت درست نمایی تعمیم یافته به عنوان روشی مناسب در نظر گرفته شده که در مراجع مختلف

از آن استفاده شده است [5,4,2] همچنین این مطلب که نسبت درست نمایی تعمیم یافته بصورت مجانبی بهینه است در مراجع [7,6] بیان شده است تکنیک های مختلفی در مرجع [8] برای استفاده از اطلاعات اولیه در نسبت درست نمایی ذکر شده مه منجر به روش همزمان تخمین و آشکارسازی شده است که ما در این مقاله به بررسی و مقایسه استفاده از اطلاعات اولیه در شرایط مختلف برای سیستم چند آنتنی می پردازیم.

۲- فرضیات پایه

فرض می کنیم که کاربر ثانویه با M آنتن مجهز شده که هر کدام از آنها n نمونه از باند فرکانسی مورد بررسی را دریافت می کنند. علاوه بر این فرض میکنیم در طول زمان حسگری طیف توسط کاربر ثانویه، شرایط کانال ثابت بوده و تغییر نمی کند. فرضیه حضور و یا عدم حضور کاربر اولیه را به ترتیب با H_0 و H_1 نشان می دهیم بنابراین در این مساله با آزمون فرضیه زیر روبرو هستیم:

$$y_i = \begin{cases} n_i & H_0 \\ h_i s + n_i & H_1 \end{cases}; 1 \leq i \leq M \quad (1)$$

که در آن n_i نشان دهنده بردار نمونه های نویز جمع شوند در آنتن i^{th} می باشد همچنین فرض می کنیم که نمونه های نویز در هر آنتن بصورت متغیرهای تصادفی گوسی مختلط با میانگین صفر و واریانس σ_i^2 می باشد به عبارت دیگر:

$$n_i \sim CN(0, \sigma_i^2)$$

سیگنال را بصورت یقینی^(۲) (Deterministic) در نظر میگیریم. در کاربردهای عملی ممکن است در آشکارسازهای زیر بهینه یک یا چند پارامتر مانند واریانس نویز، ضرایب کانال و یا سیگنال نامعلوم باشد [35] ما در این مقاله با فرض این که بهره کانال نامعلوم است و با در نظر گرفتن شرایطی که سیگنال کاربر اولیه و همچنین واریانس نویز معلوم باشند با آزمونهای درست نمایی مختلف به مقایسه تاثیر وجود اطلاعات اولیه در آشکارسازهای زیر بهینه سیستم چند آنتنی خواهی پرداخت.

۳-۱ آشکارساز نسبت درست نمایی تعمیم یافته بدون وجود اطلاعات اولیه (GLR)

فرض می کنیم که اطلاعات اولیه در مورد ضریب کانال ها برای هر آنتن وجود دارد، با استفاده از تخمین ML، این مقادیر نامعلوم محاسبه می شوند و پس از آن نسبت درست نمایی تعمیم یافته به دست می آید. محاسبه GLR کمک می کند تا تاثیر استفاده از اطلاعات اولیه در آشکارسازی بطور دقیق مورد بررسی قرار گیرد.

برای تخمین ML کانال داریم:

$$\widehat{h_{i,ML}} = \arg_{h_i} \max \left\{ \frac{1}{\pi^n \sigma_i^{2n}} \exp \left(-\frac{\|y_i - h_i s\|^2}{\sigma_i^{2n}} \right) \right\}$$

$$= \arg_{h_i} \max\{\|y_i - h_i s\|^2\}$$

برای مینیمم کردن رابطه فوق لازم است تا از رابطه نسبت به بهره کانال مشتق بگیریم. از آنجاییکه رابطه به صورت نرم (Norm) وجود دارد پس با بسط رابطه، نه تنها بهره کانال وجود دارد بلکه مزدوج آن موجود است. به همین دلیل برای محاسبه مینیمم رابطه باید از مزدوج بهره کانال مشتق گرفته شود تا جواب رابطه بر اساس بهره کانال حاصل شود [9] پس با گرفتن مشتق برای مینیمم کردن رابطه بالا داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial h_i^*} (\|y_i - h_i s\|^2) &= 0 \\ \widehat{h_{i,ML}} &= \frac{s^H y_i}{\|s\|^2} \end{aligned} \quad (4)$$

با توجه به مستقل بودن نمونه های دریافتی در هر آنتن ، رابطه درست نمایی کلی را بصورت زیر تعریف می کنیم:

$$LR = \prod_{i=1}^M \frac{f_{Y_1}(y_i; H_1, \widehat{h_{i,ML}}, \sigma_i^2, S)}{f_{Y_1}(y_i; H_0, \sigma_i^2)} \quad (5)$$

که پس از جایگذاری توابع چگالی احتمال و همچنین لگاریتم، لگاریتم نسبت درست نمایی به شکل زیر در می آید:

$$LLR = \sum_{i=1}^M \frac{\|y_i\|^2 - \|y_i - \widehat{h_{i,ML}} s\|^2}{\sigma_i^2} \quad (6)$$

حال با جایگذاری مقدار تخمین ML در رابطه بالا و ساده سازی تابع LLR به شکل زیر است :

$$LLR = \sum_{i=1}^M \frac{|S^H y_i|^2}{\sigma_i^2 \|S\|^2} \quad (7)$$

بنابراین آشکارساز GLR که از اطلاعات اولیه در آن استفاده نمی شود بصورت زیر است :

$$T_{GLR,1} = \sum_{i=1}^M \frac{|s^H y_i|^2}{\sigma_i^2 \|s\|^2} \stackrel{\mathcal{H}_1}{\gtrsim} \tau. \quad (8)$$

که در آن τ سطح آستانه می باشد.

۳-۲ عملکرد تحلیلی

GLR تحت فرضیه H_0 دارای توزیع چای-اسکوئر با $2M$ درجه آزادی است، بنابراین احتمال هشدار غلط یعنی این احتمال می باشد که یک حفره طیفی به طور اشتباه به عنوان باند فرکانسی اشغال شده توسط کاربر اولیه شناسایی شده است، بصورت زیر خواهد بود:

$$P_{fa} = P[T_{GLR,1}(Y) > \tau | H_0] = \frac{\Gamma(2M, \tau)}{\Gamma(2M)} \quad (9)$$

تحت فرضیه H_1 با کمی تغییر در نوشتن رابطه داریم:

$$T_{GLR,1} = \sum_{i=1}^M \frac{|s^H y_i|^2}{\|s\|^2 (\rho_i^2 \|s\|^2 + \sigma_i^2)} \times k_i''$$

$$T_{GLR,1} = \sum_{i=1}^M \frac{|s^H y_i|^2}{\|s\|^2 (\rho_i^2 \|s\|^2 + \sigma_i^2)} \times \kappa_i'' \quad (10)$$

که در آن k_i'' مقدار $k_i' = SNR_i + 1$ می باشد و در نتیجه وضعیت یکسانی با رابطه زیر دارد و داریم:

$$P_d = P[T_{GLR,1}(Y) > \tau | H_1]$$

$$= \frac{\Gamma(k'', \frac{\tau}{p''})}{\Gamma(k'')} \quad (11)$$

که :

$$k'' = \frac{(\sum_{i=1}^M k_i'')^2}{\sum_{i=1}^M (k_i'')^2} = \frac{(\sum_{i=1}^M SNR_i + 1)^2}{\sum_{i=1}^M (SNR_i + 1)^2} \quad (12)$$

$$p'' = \frac{2 \times \sum_{i=1}^M (k_i'')^2}{\sum_{i=1}^M k_i''} = \frac{2 \times \sum_{i=1}^M (SNR_i + 1)^2}{\sum_{i=1}^M SNR_i + 1} \quad (13)$$

۴-۱ آشکار ساز نسبت درست نمایی تعمیم یافته همراه با اطلاعات ائلیه

در این قسمت فرض می کنیم که توزیع آماری ضریب کانال، از کاربر اولیه به آنتن ام کاربر ثانویه، مشخص می باشد که به صورت توزیع گوسی مختلط و میانگین صفر و واریانس معلوم تعریف شده است پس در نتیجه برای ضریب کانال داریم:

$$h_i \sim \mathcal{CN}(0, \rho_i^\tau)$$

از آنجاییکه اطلاعات اولیه در این حالت موجود است از تخمین MAP بجای تخمین ML محایبه نسبت درست نمایی استفاده می کنیم:

$$\begin{aligned} \widehat{h}_{i,MAP} &= \arg \max_{h_i} \left\{ \frac{1}{\pi \rho_i^\tau} \exp\left(-\frac{\|h_i^\tau\|}{\rho_i^\tau}\right) \frac{1}{\pi^n \sigma_i^{\tau n}} \exp\left(-\frac{\|y_i - h_i s\|^\tau}{\sigma_i^\tau}\right) \right\} \quad (15) \\ \frac{\partial}{\partial h_i^H} \left\{ \frac{1}{\pi \rho_i^\tau} \exp\left(-\frac{\|h_i^\tau\|}{\rho_i^\tau}\right) \frac{1}{\pi^n \sigma_i^{\tau n}} \exp\left(-\frac{\|y_i - h_i s\|^\tau}{\sigma_i^\tau}\right) \right\} &= 0 \end{aligned}$$

و پس از گرفتن مشتق از رابطه اول داریم:

$$\widehat{h}_{i,MAP} = \frac{s^H y_i}{\|s\|^\tau + \frac{\sigma_i^\tau}{\rho_i^\tau}} \quad (16)$$

از آنجاییکه توزیع کانالها مشخص است، تحت معیار نیمن-پیرسون، نسبت درست نمایی به شکل زیر خواهد شد:

$$LR = \prod_{i=1}^M \frac{f(\widehat{h}_{i,MAP}) f_{Y_i}(y_i; \mathcal{H}_1, \widehat{h}_{i,MAP}, \sigma_i^\tau, s)}{f_{Y_i}(y_i; \mathcal{H}_0, \sigma_i^\tau)} \quad (17)$$

که تابع توزیع h_i می باشد و با جایگزین کردن تخمین MAP مربوط به کانال در توزیع اولیه آن به دست می آید.

با جایگزین کردن تخمین کانال در رابطه بالا برای تصمیم گیری، رابطه با سطح آستانه مقایسه می شود. از آنجاییکه بخش دوم رابطه دارای مقدار عددی ثابت است می توان آنرا به سطح آستانه اضافه نمود و پس از ساده سازی خواهیم داشت:

$$T_{GLRA,1} = \sum_{i=1}^M \frac{|s^H y_i|^\tau}{\|s\|^\tau \sigma_i^\tau} \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\geq}} \tau' \quad (18)$$

که در آن $\gamma_i = \frac{\|s\|^\tau \rho_i^\tau}{\|s\|^\tau \rho_i^\tau + \sigma_i^\tau}$ و $\tau' = \tau - \sum_{i=1}^M \ln\left(\frac{1}{\pi \rho_i^\tau}\right)$ برای این حالت با تعریف $SNR_i \doteq \frac{\rho_i^\tau \|s\|^\tau}{\sigma_i^\tau}$ می توان γ_i را

بصورت $\gamma_i = \frac{SNR_i}{SNR_i + 1}$ بازنویسی کرد که تاثیر وجود اطلاعات اولیه را در مقایسه با ۱-۲ نشان می دهد و SNR

نسبت سیگنال به نویز می باشد.

$$\frac{|s^H y_i|^2}{\sigma_i^2 \|s\|^2}$$

به منظور بررسی عملکرد آشکارساز مطرح شده در بالا باید توجه کرد که تحت فرضیه H_0 مقدار

دارای توزیع چای-اسکوئر (Chi-Square) می باشد که با توجه به وجود γ_i با مجموع وزن دار متغیرهای تصادفی

چای-اسکوئر روبرو هستیم [10] حال برای تابع چگالی احتمال توزیع گاما، $f_X(x; k, p) = x^{k-1} \frac{e^{-x/p}}{p^k \Gamma(k)}$

نیاز داریم تا مقادیر پارامتر شکل یعنی K پارامتر مقیاس یعنی P محاسبه شوند. در نتیجه برای رابطه (۱۸) تحت فرضیه H_0 خواهیم داشت:

$$k = \frac{\left(\sum_{i=1}^M \gamma_i \right)^2}{\sum_{i=1}^M \gamma_i^2} \quad (19)$$

$$p = \frac{2 \times \sum_{i=1}^M \gamma_i^2}{\sum_{i=1}^M \gamma_i} \quad (20)$$

با استفاده از CCDF توزیع گاما، احتمال هشدار غلط آماره تصمیم گیری که $\gamma_i = \frac{SNR_i}{SNR_i + 1}$ و $SNR_i \doteq \frac{\rho_i^2 \|s\|^2}{\sigma_i^2}$

به شکل زیر خواهد شد: $T_{GLRA,1}(Y)$

$$P_{fa} = P[T_{GLRA,1}(Y) > \tau | \mathcal{H}_0] \quad (21)$$

$$= \frac{\Gamma(k, \frac{\tau}{p})}{\Gamma(k)}$$

که در آن $\Gamma(s) = \int_0^\infty t^{s-1} e^{-t} dt$ و $\Gamma(s, x) = \int_x^\infty t^{s-1} e^{-t} dt$ به ترتیب تابع گاما غیر کامل بالایی (

upper incomplete Gamma function) و تابع گاما مکمل (complete Gamma function) می باشند برای احتمال

آشکارسازی می توان (۱۸) را بصورت زیر بازنویسی کرد:

$$T_{GLRA,1} = \sum_{i=1}^M \frac{|s^H y_i|^2}{\|s\|^2 (\rho_i^2 \|s\|^2 + \sigma_i^2)} \times \gamma_i \quad (22)$$

که $\gamma_i = \frac{\rho_i^2 \|s\|^2}{\sigma_i^2} = SNR_i$ حال عبارت $\frac{|y_i^H s|^2}{\|s\|^2 (\rho_i^2 \|s\|^2 + \sigma_i^2)}$ در رابطه بالا دارای توزیع چای اسکوئر تحت فرضیه

H_1 می باشد و دوباره دارای توزیع مجموع وزن دار چای-اسکوئر هستیم و احتمال آشکارسازی بصورت زیر

می باشد:

$$P_d = P[T_{GLRA,1}(Y) > \tau | \mathcal{H}_1] \quad (23)$$

$$= \frac{\Gamma(k', \frac{\tau}{p'})}{\Gamma(k')}$$

که در آن:

$$k' = \frac{(\sum_{i=1}^M \gamma_i')^2}{\sum_{i=1}^M (\gamma_i')^2} = \frac{(\sum_{i=1}^M SNR_i)^2}{\sum_{i=1}^M (SNR_i)^2} \quad (24)$$

$$p' = \frac{2 \times \sum_{i=1}^M (\gamma_i')^2}{\sum_{i=1}^M \gamma_i'} = \frac{2 \times \sum_{i=1}^M (SNR_i)^2}{\sum_{i=1}^M SNR_i} \quad (25)$$

به ترتیب پارامتر شکل و مقیاس تحت فرضیه H1 هستند.

۵- شبیه سازی:

برای شبیه سازی مقادیر فرضی زیر را در نظر خواهیم گرفت:

$$n=16 \text{ و } M=6 \text{ و } SNR=2\text{dB}$$

۱-۵ شبیه سازی ۱-۳ و ۲-۳

۲-۵ شبیه سازی ۱-۴ و ۲-۴

۶- نتیجه گیری و جمع بندی:

در این مقاله ابتدا به معرفی نسبت های درست نمایی برای آشکارسازی پرداختیم. آشکارساز نسبت درست نمایی تعمیم یافته به عنوان آشکار ساز سنتی در بسیاری از مراجع برای آشکارسازی در بحث سیستمهای رادیو شناختی مورد بررسی قرار گرفته است. این آشکار ساز برای تعداد نمونه های زیاد بصورت مجانبی بهینه می باشد. هنگامی که اطلاعات اولیه بصورت توزیع آماری می باشد. با استفاده از آشکار ساز نسبت درست نمایی می توان آشکارسازی را انجام داد. در روش آشکارسازی و تخمین همزمان نیز از اطلاعات اولیه استفاده می شود و پارامترهای نامعلوم تخمین زده می شوند و در نسبت درست نمایی مورد استفاده قرار میگیرند. با در نظر گرفتن

مساله آشکارسازی برای سیگنال مشخص، که در سیستمهای WRLAN مورد استفاده است، در شرایط مختلف آشکارسازی مورد بررسی قرار گرفت نتایج شبیه سازی نشان می دهد که در آشکار سازی که از اطلاعات اولیه استفاده شده است احتمال آشکارسازی درست بهبود یافته که این نتایج قابل تعمیم به کاربردهای عملی است.

۷- منابع:

- [1]. A. Goldsmith, "Wireless communications," Cambridge university press 2005
- [2] P. Wang, J. Fang, and N. Han, H.Li , "Multiantenna-assisted spectrum sensing for cognitive radio," in *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, vol. 59, no. 4, pp. 1791-1800, 2010.
- [3] S. Kim, J. Lee, and H. Wang, D.Hong , "Sensing performance of energy detector with correlated multiple antennas," in *Signal Processing Letters, IEEE*, vol. 16, no. 8, pp. 671-674, 2009.
- [4] A. Taherpour, M. Nasiri-Kenari, and S. Gazor, "Multiple antenna spectrum sensing in cognitive radios," in *Wireless Communication, IEEE Transaction on*, vol. 9, no. 2, pp. 814-823, 2010.
- [5] T.J Lim, R. Zhang, Y.C. Liang and Y. Zeng , "GLRT-based spectrum sensing for cognitive radio," in *Global Telecommunications Conference, 2008. IEEE GLOBECOM 2008. IEEE*, pp. 1-5, 2008.
- [6] R. Lopez-Valcarce, G. Vazquez-Vilar and J. Sala, "Multiantenna spectrum sensing for cognitive radio: overcoming noise uncertainty," in *Cognitive Information Processing (CIP), 2010 2nd International Workshop on*, pp. 310315, 2010.
- [7] H. Poor, "An introduction to signal detection and estimation," 1994.
- [8] G.Moustakides, "Finite sample size optimality of GLR tests," in *Arxiv preprint arXiv:0903.3795*, 2009.
- [9]. A. Hjrungnes and D. Gesbert, "Introduction to complex-valued matrix differentiation," in *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 55, pp. 2740-2746, 2007
- [10]. A.H.Feiveson and C.Delaney, "The distribution and properties of a weighted sum of chi squares," NASA Technical Note, 1968