

✚ مسئله شناسایی پارامترهای حرکتی ماهواره از جمله مسایل پراهمیتی است که تا کنون تحقیقات متعددی در مورد آن انجام گرفته و منجر به ارایه الگوریتم‌های مختلف با نقاط قوت و ضعف متفاوتی گردیده است. در این شبیه‌سازی هدف محاسبه و تخمین مدار چرخش یک ماهواره Geostationary است. مدارهای چرخش Geostationary معمولا برای اکثریت ماهواره‌های تجارتي مخابراتی مورد استفاده قرار می‌گیرند. در صورت حرکت ماهواره بر روی مدارهای Geostationary فاصله آن تا مرکز ثابت خواهد بود.

### • مدل دینامیکی

حرکت یک جسم در میدان جاذبه زمین می‌تواند توسط معادلات دیفرانسیل زیر توصیف گردد

$$\frac{d^2}{dt^2} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = - \frac{GM}{(\sqrt{x^2 + y^2 + z^2})^3} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix}$$

که عناصر اغتشاش سفید  $\begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{bmatrix}$  می‌توانند نمایانگر تاثیرات جاذبه خورشیدی، نامعینی‌های میدان جاذبه زمین و ... باشند. در این

معادلات  $M$  جرم زمین و ثابت جاذبه  $G$  عبارتند از

$$G = 6.6742 * 10^{-11} \frac{m^3}{kg.s^2}$$

$$M = 5.9736 * 10^{24} kg$$

و  $u$  نیز بردار ورودی شتاب است.

الف- با در نظر گرفتن بردار حالت به صورت  $\mathbf{x} = [x \ y \ z \ v_x \ v_y \ v_z]^T$  معادلات سیستم را به صورت فضای حالت بنویسید.

ب- ژاکوبین‌های سیستم را بدست آورید.

شرایط اولیه سیستم را به صورت  $\mathbf{x}_0 = [42370\text{km} \ 0 \ 0 \ 0 \ 11068\text{k/h} \ 0]^T$  و با ماتریس کواریانس

$$\text{در نظر} \quad \begin{bmatrix} 50 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

بگیرید. علاوه بر این ماتریس کواریانس اغتشاش را نیز

$$\text{در نظر بگیرید. بردار مشاهده نیز به} \quad \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.001 \end{bmatrix}$$

صورت  $l = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + v(t)$  است که در آن  $E\{v(t)\} = 0$  و  $E\{v(t)v^T(\tau)\} = 0.1\delta(t-\tau)$ . معمولاً برای ماهواره‌های geostationary زمان یک دور کامل ۲۴ ساعت می‌باشد. فرض کنید که مشاهدات در یک دور کامل انجام شده است به گونه‌ای که در هر ۱۵ دقیقه یک بار فاصله مرکز تا ماهواره با استفاده از سنسورها مشاهده و اندازه‌گیری می‌شود.

ج- با استفاده از فیلتر کالمن توسعه یافته بردار حالت  $\mathbf{x}$  را در حالتی که  $\mathbf{u}=0$  تخمین زده و با مقادیر واقعی مقایسه کنید. چه توجیهی برای اختلاف این دو دارید.

د- بیشترین میزان انحراف از مدار چرخش ۴۲۱۵۶ کیلومتری چقدر بوده و در چه زمانی اتفاق می‌افتد.

ه- فرض کنید از یک سنسور نیز دیگر با مشخصات

$$l_2 = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} + v_2(t)$$

$$E\{v_2(t)\} = 0, E\{v_2(t)v_2^T(\tau)\} = 0.001\delta(t-\tau)$$

استفاده کنیم. با اضافه کردن اطلاعات این سنسور بردار حالت  $\mathbf{x}$  را در حالتی که  $\mathbf{u}=0$  تخمین زده و نتایج را با قسمت قبل مقایسه کنید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟